

## Calcolo di integrali definiti semplici

1. Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = [-\cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} = -\cos \frac{\pi}{2} - (-\cos 0) = 0 + 1 = 1$$

2. Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

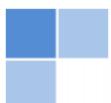
$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = [\arcsin x]_0^{\frac{1}{2}} = \arcsin \frac{1}{2} - \arcsin 0 = \frac{\pi}{6} - 0 = \frac{\pi}{6}$$

3. Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^{\pi} e^{\sin x} \cos x dx$$

L'integrale è immediato pertanto:

$$\int_0^{\pi} e^{\sin x} \cos x dx = [e^{\sin x}]_0^{\pi} = e^{\sin \pi} - e^{\sin 0} = e - 1$$



4. Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^1 xe^{2x} dx$$

Calcoliamo per parti l'integrale indefinito

$$\int xe^{2x} dx = x \frac{e^{2x}}{2} - \int \frac{e^{2x}}{2} dx = x \frac{e^{2x}}{2} - \frac{e^{2x}}{4} + c$$

Quindi:

$$\int_0^1 xe^{2x} dx = \left[ x \frac{e^{2x}}{2} - \frac{e^{2x}}{4} \right]_0^1 = \left[ \frac{e^{2x}}{2} \left( x - \frac{1}{2} \right) \right]_0^1 = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}(e^2 + 1)$$

5. Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^2 x \sqrt{4-x^2} dx$$

Calcoliamo prima l'integrale indefinito:

$$\int x \sqrt{4-x^2} dx = \int x (4-x^2)^{1/2} dx = \frac{1}{2} \int 2x (4-x^2)^{1/2} dx = \frac{1}{2} \frac{2}{3} (4-x^2)^{3/2} = \frac{1}{3} (4-x^2)^{3/2}$$

Quindi:

$$\int_0^2 x \sqrt{4-x^2} dx = \left[ \frac{1}{3} (4-x^2)^{3/2} \right]_0^2 = \frac{8}{3}$$

